

# SEMINARIO DE GEOMETRÍA ALGEBRAICA

Viernes, 3 de marzo de 2017, **10:15**, Seminario 238

**Alicia Tocino**

Università di Firenze

Impartirá la conferencia

## Autovectores y la mejor aproximación de rango $k$ para formas binarias

### *Resumen.*

La charla comienza con la definición del problema de la mejor aproximación de rango  $k$  para el caso de matrices simétricas. Con este propósito definiré la función distancia y sus puntos críticos. Además, daré una interpretación geométrica en forma de la variedad de Veronese y los autovectores. De forma explícita, enunciaré el teorema de Eckart-Young que describe los puntos críticos de la función distancia. Para una variedad algebraica real arbitraria se puede definir el EDdegree, que es el número de puntos críticos de la función distancia. (Más detalles en [1] y [2]).

También daré la definición de tensor simétrico como polinomios homogéneos. Explicaré el problema de la mejor aproximación a tensores de rango 1 definiendo la función distancia, sus puntos críticos y la relación con los autovectores.

Después me fijaré en el caso especial de las formas binarias (polinomios homogéneos en dos variables  $f(x, y)$ ). En este caso los autovectores de  $f$  pueden definirse como las raíces del operador  $D(f) = yf_x - xf_y$ . Geométricamente las formas binarias de rango 1 pueden verse como puntos en la curva normal racional  $(C_d)$ .

Finalmente, referente a las formas binarias, daré algunos resultados nuevos recogidos en [3]. Damos una interpretación relacionada con el espacio tangente

y normal de los puntos críticos de la función distancia restringida a la variedad  $k$ -secante de la curva normal racional  $(\sigma_k C_d)$ . Además, definiré el espacio singular  $H_f$  como el hiperplano ortogonal a  $D(f)$ . También probaré que los puntos críticos de la forma  $\sum_{i=1}^k l_i^d$ , donde  $l_i$  son formas lineales, de la función distancia restringida a  $\sigma_k C_d$  pertenecen al espacio singular  $H_f$ . Por lo tanto, para el caso  $k = 1$  se tiene que  $H_f$  coincide con el espacio generado por los autovectores de  $f$ .

## Referencias

- [1] J. Draisma, E. Horobeț, G. Ottaviani, B. Sturmfels, R. Thomas, The Euclidean Distance Degree of an Algebraic Variety, *Found. Comput. Math.* 16 (2016), no. 1, 99-149
- [2] G. Ottaviani, R. Paoletti, A Geometric Perspective on the Singular Value Decomposition, *Rend. Istit. Mat. Univ. Trieste*, Volume 47, 107- 125, 2015.
- [3] G. Ottaviani, A. Tocino, *Best rank  $k$  approximation for binary forms*, preprint Febrero 2017.